

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 20 febbraio 2015



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x-5}{x^2-6x+8}$$

| | |
|--------------|--------------------------------|
| Dominio | $E = (2, 4) \cup (5, +\infty)$ |
| Positività | $P = (2, 4)$ |
| Intersezioni | nessuna |

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x^2}}$

| | |
|----------------|---|
| Derivata prima | $f' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-4}{x^2}}} \cdot \frac{8-x}{x^3}$ $E = [4, +\infty)$ |
| Estremi | $M(8; 1/4)$ cresce in $(4, 8)$ |

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{x^3}{x^2+3}$

| | |
|---------------------------------|--|
| Derivata prima | $f' = \frac{x^2 \cdot (x^2+9)}{(x^2+3)^2}$ $E = \mathbb{R}$ |
| Derivata seconda | $f'' = \frac{6x \cdot (9-x^2)}{(x^2+3)^3}$ |
| Insieme di convessità Flessi | $F_1(-3; -9/4)$ $F_2(0; 0)$ $F_3(3; 9/4)$ convessa in $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ |

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^5 + 3x^3 - 4x^2 - 7}{(x^2-9) \cdot (x^2-6x+5)}$$

| | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| Dominio | $E = \mathbb{R} / \{-3, 3, 1, 5\}$ |
| As. verticali | $x = -3, x = 3, x = 1, x = 5$ |
| As. obliqui oppure orizzontali | $y = 4x + 24$ |

Domande teoriche

- 1) Definizione di derivata con interpretazione geometrica (punti 3)
- 2) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 3)

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^9 \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot \log 3x dx$$

| | |
|----------------------|--|
| Integrale definito | primitiva: $x - 2\sqrt{x} + 4\log(2 + \sqrt{x})$ $4 + 4\log \frac{5}{3} \approx 6,0433$ |
| Integrale indefinito | $\frac{1}{9}x^3 \cdot (3\log 3x - 1) + c$ |

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + 2y + k \cdot z = 4 \\ k \cdot x - 2y + 4z = -1 \\ 3x + y + 2z = 2k \end{cases}$$

| | |
|---------------|---|
| Compatibilità | $k \neq 0; -2$: sol. unica $k = 0$: incompatibile $k = -2$: incompatibile |
| Soluzioni | $\left(x = \frac{4k^2 + 15k - 28}{k^2 + 2k}; y = \frac{2k^3 - 29k + 42}{k^2 + 2k}; z = \frac{-4k^2 - 8k + 21}{k^2 + 2k} \right)$ |

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - 3x \cdot y - y^2 + x + 4y + 5$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x - 2y = 2$

| | |
|-------------------|--|
| Derivate parziali | $f_x = 8x - 3y + 1 \quad f_y = -3x - 2y + 4$ |
| Estremi liberi | $S(2/5; 7/5) \quad z = 8 \quad H = -25$ |
| Estremi vincolati | $M(4/3; 5/3) \quad \lambda = 5/3 \quad z = 32/3$ $H = 48$ |

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4, 4*)
- 4) Il teorema di Cramer (punti 3*)
- 5) Il metodo della lagrangiana per gli estremi vincolati (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.